

1. COMPOSICIÓN DE EVENTOS

EJEMPLO. Se instalan 3 equipos de radar, que funcionan independientemente, para detectar aviones que vuelan dentro de cierta región. Cada equipo tiene una probabilidad de 0,02 de error de detección. Si un avión entra en la región, ¿cuál es la probabilidad de no ser detectado?

SOLUCIÓN.

Supongamos que A_i es el evento “avión no detectado por el radar i ”, entonces $P(A_i) = 0,02$. Por lo tanto la probabilidad que queremos calcular es que el primer radar no lo detecte, que el segundo radar no lo detecte y que el tercer radar no lo detecte, que sería $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$. Como los equipos funcionan de forma independiente, entonces los eventos son independientes y utilizando la ley multiplicativa nos queda

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2)P(A_3) = (0,02)^3$$

EJEMPLO. Usando los datos del problema anterior, si un avión entra en la región, ¿cuál es la probabilidad de que los tres equipos lo detecten?

SOLUCIÓN.

Ahora la probabilidad que buscamos es $P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3)$. Nuevamente como los equipos funcionan de forma independiente, entonces

$$P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3) = P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2)P(\bar{A}_3) = (0,98)^3 = 0,9411$$

EJEMPLO. Ahora considere uno de los tres equipos. ¿Cuál es la probabilidad de que tal equipo identifique correctamente tres naves antes de cometer un error de detección, si las llegadas de los aviones son eventos independientes que ocurren en tiempos distintos?

SOLUCIÓN.

Primero definamos el evento de interés. Sea B_i el evento “avión i es detectado por el radar”. Entonces la probabilidad que queremos es $P(B_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap \bar{B}_4)$, es decir, que el primero sea detectado, que el segundo sea detectado, que el tercero sea detectado y que el cuarto no lo sea. Como la llegada de los aviones son independientes, entonces

$$P(B_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap \bar{B}_4) = P(B_1)P(B_2)P(B_3)P(\bar{B}_4) = (0,98)^3(0,02) = 0,0188.$$